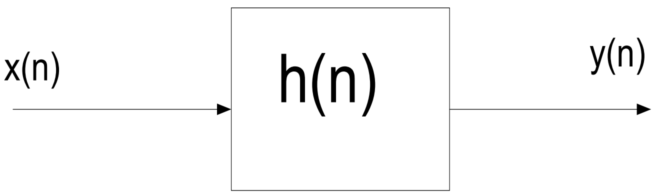
KONVOLUSI DISKRIT

Konvolusi

Konvolusi didefinisikan sebagai operasi penjumlahan dua fungsi, setelah fungsi satu dicerminkan dan digeser.

Konvolusi antara dua sinyal diskrit x[n] dan h[n] dapat dinyatakan sebagai:

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{\text{all } k} x(k)h(n-k)$$



Konvolusi

1. Komputasi tersebut diselesaikan dengan merubah indeks waktu diskrit *n* menjadi *k* dalam sinyal *x[n]* dan *h[n]*.
2. Sinyal yang dihasilkan *x[k]* dan *h[k]* selanjutnya menjadi sebuah fungsi waktu diskrit k.
3. Langkah berikutnya adalah menentukan h*[n-k]* dengan *h[-k]* merupakan pencerminan dari h*[k]* yang diorientasikan pada sumbu vertikal dan h*[n-k]* merupakan *h[-k]* yang digeser ke kanan dengan sejauh *n*.
4. Saat pertama kali hasil perkalian *x[k]h[n-k]* terbentuk, nilai pada konvolusi *x[n]*h[n]* pada titik *n* dihitung dengan menjumlahkan nilai *x[k]h[n-k]* sesuai rentang *k* pada sederetan nilai integer tertentu.

Contoh Soal

$x_{(n)} = \{ 2, 1, 2, 1, 1, 0 \}$

$h_{(n)} = \{ 1, 0, 1, 2, 2, 1 \}$

Panjang konvolusi P = M + L – 1

Dimana M = ukuran sinyal x

L = ukuran sinyal h

Maka:

P= 6 + 6 – 1 = 11

Langkah-langkah Konvolusi:

Tentukan **Pencerminan** sinyal ke-2

$h_{(n)}$ = { **1**, 0, 1, 2, 2, 1 }

h[-k] = { 1, 2, 2, 1, 0, **1**, 0 , 0 , 0 }

Untuk n = 0

Untuk n = 0, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 0

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h[-k]	1	2	2	1	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0

X

+

y[0] = 2

Untuk n = 1

Untuk n = 1, $h_{[-k-1]}$ digeser sejauh 1

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
H [1-k]	0	1	2	2	1	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

X

+

y[1] = 1

Untuk n = 2

Untuk n = 2, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 2

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [2-k]	0	0	1	2	2	1	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0

X

+

y[2] = 4

Untuk **n = 3**

Untuk n = 3, ***$h_{[-k]}$*** digeser sejauh 3

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	**2**	**1**	**2**	**1**	**1**	**0**
h [3-k]	0	0	0	**1**	**2**	**2**	**1**	**0**	**1**	0	0
	0	**0**	**0**	**0**	**0**	**4**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**

X

+

y[3] = 6

Untuk n = 4

Untuk n = 4, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 4

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [4-k]	0	0	0	0	1	2	2	1	0	1	0
	0	0	0	0	0	4	2	2	0	1	0

X

+

y[4] = 9

Untuk n = 5

Untuk n = 5, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 5

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [5-k]	0	0	0	0	0	1	2	2	1	0	1
	0	0	0	0	0	2	2	4	1	0	0

X

+

y[5] = 9

Untuk n = 6

Untuk n = 6, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 6

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [6-k]	0	0	0	0	0	0	1	2	2	1	0
	0	0	0	0	0	0	1	4	2	1	0

X

+

y[6] = 8

Untuk n = 7

Untuk n = 7, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 7

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [7-k]	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	1
	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0

X

+

y[7] = 6

Untuk n = 8

Untuk n = 8, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 8

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [8-k]	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0

X

+

y[8] = 3

Untuk n = 9

Untuk n = 9, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 9

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [9-k]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

X

+

y[9] = 1

Untuk n = 10

Untuk n = 10, $h_{[-k]}$ digeser sejauh 10

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x[k]	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0
h [10-k]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

X

+

y[10] = 0

Sehingga diperoleh

$y_{[n]} = \{ \underline{2}, 1, 4, 6, 9, 9, 8, 3, 1, 0 \}$

Menggunakan Metode Matriks

	$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$
$h[0]$	$h[0].x[0]$	$h[0].x[1]$	$h[0].x[2]$	$h[0].x[3]$	$h[0].x[4]$
$h[1]$	$h[1].x[0]$	$h[1].x[1]$	$h[1].x[2]$	$h[1].x[3]$	$h[1].x[4]$
$h[2]$	$h[2].x[0]$	$h[2].x[1]$	$h[2].x[2]$	$h[2].x[3]$	$h[2].x[4]$
$h[3]$	$h[3].x[0]$	$h[3].x[1]$	$h[3].x[2]$	$h[3].x[3]$	$h[3].x[4]$
$h[4]$	$h[4].x[0]$	$h[4].x[1]$	$h[4].x[2]$	$h[4].x[3]$	$h[4].x[4]$

Menggunakan Metode Matriks

Pembacaan nilai $y[n]$ dari table dilakukan secara silang.

$$y[0] = h[0].x[0]$$
$$y[1] = h[1].x[0] + h[0].x[1]$$
$$y[2] = h[2].x[0] + h[1].x[1] + h[0].x[2]$$

....

$$y[8] = h[4].x[3] + h[3].x[4]$$

$$x[n] = \{2, 1, 2, 1, 1, 0\}$$
$$h[n] = \{1, 0, 1, 2, 2, 1\}$$

Menggunakan Metode Matriks

$\frac{x[k]}{h[k]}$	2	1	2	1	1	0
1	2	1	2	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	2	1	1	0
2	4	2	4	2	2	0
2	4	2	4	2	2	0
1	2	1	2	1	1	0

Menggunakan Metode Matriks

$$y[0] = 2$$
$$y[1] = 0 + 1$$
$$y[2] = 2 + 0 + 2$$
$$y[3] = 4 + 1 + 0 + 1$$
$$y[4] = 4 + 2 + 2 + 0 + 1$$
$$y[5] = 2 + 2 + 4 + 1 + 0 + 0$$
$$y[6] = 1 + 4 + 2 + 1 + 0$$
$$y[7] = 2 + 2 + 2 + 0$$
$$y[8] = 1 + 2 + 0$$
$$y[9] = 1 + 0$$
$$y[10] = 0$$

$$y[n] = \{2, 1, 4, 6, 9, 9, 8, 6, 3, 1, 0\}$$

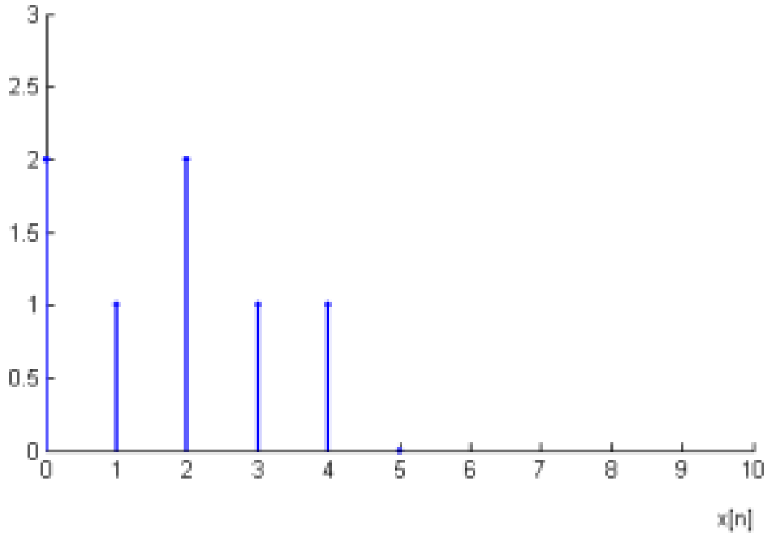
Menggunakan Metode Matriks

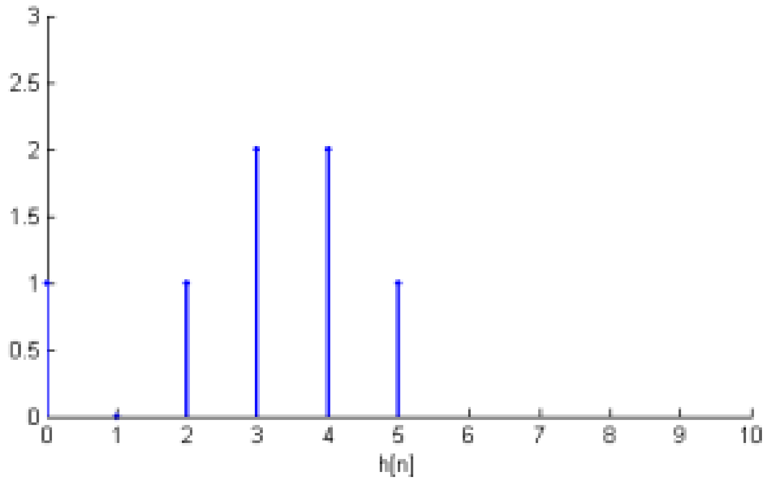
$$y[0] = 2$$
$$y[1] = 0 + 1$$
$$y[2] = 2 + 0 + 2$$
$$y[3] = 4 + 1 + 0 + 1$$
$$y[4] = 4 + 2 + 2 + 0 + 1$$
$$y[5] = 2 + 2 + 4 + 1 + 0 + 0$$
$$y[6] = 1 + 4 + 2 + 1 + 0$$
$$y[7] = 2 + 2 + 2 + 0$$
$$y[8] = 1 + 2 + 0$$
$$y[9] = 1 + 0$$
$$y[10] = 0$$

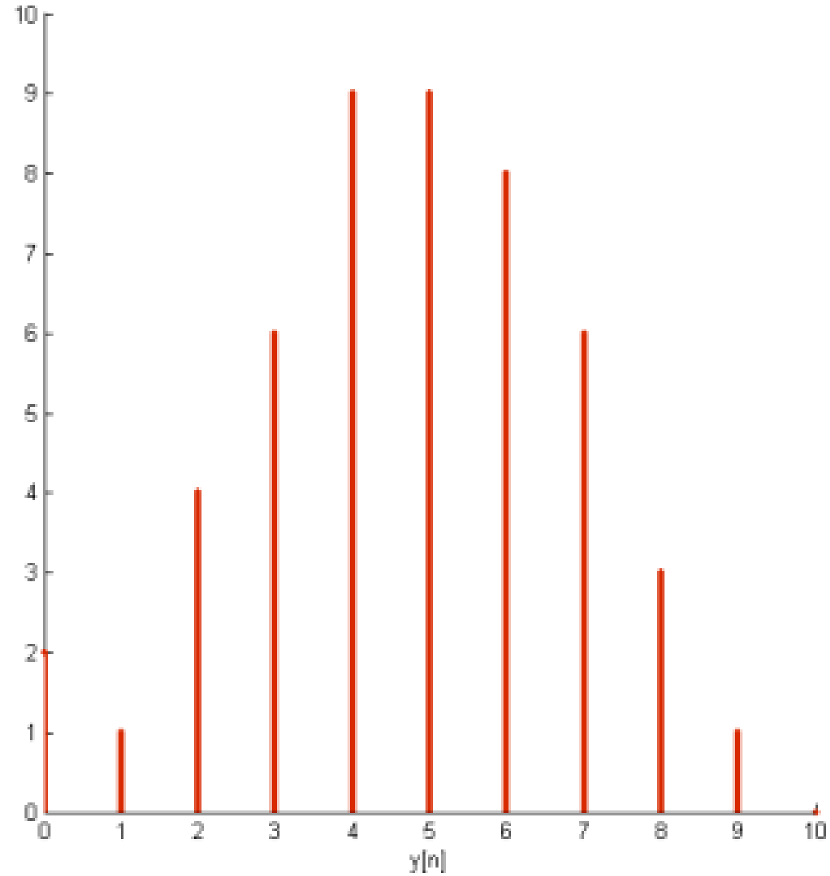
$$y[n] = \{2, 1, 4, 6, 9, 9, 8, 6, 3, 1, 0\}$$

$\frac{x[k]}{h[k]}$	2	1	2	1	1	0
1	2	1	2	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	2	1	1	0
2	4	2	4	2	2	0
2	4	2	4	2	2	0
1	2	1	2	1	1	0

Konvolusi Dua Sinyal







Menggunakan Matlab

```
x=[2 1 2 1 1 0];
h=[1 0 1 2 2 1];
xh=conv(x,h);
stem(xh)
```

```
>> x=[2 1 2 1 1 0];
h=[1 0 1 2 2 1];
xh=conv(x,h)

xh =

     2     1     4     6     9     9     8     6     3     1     0
```

Mudah Bukan ??????

Contoh

Dua buah isyarat diskrit x(n) dan h(n) mempunyai representasi sebagai berikut:

$$x(n) = \begin{cases} 1, & n = -1,0,1 \\ 0, & n \text{ lainnya} \end{cases}$$

sedangkan,

$$h(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ 2, & n=2 \\ 0, & n \text{ lainnya} \end{cases}$$

carilah y(n) = x(n)*h(n)

Soal

<u>Contoh 1:</u>

Diberikan dua isyarat diskrit sbb

$$x[n] = [3\ 11\ 7\ 0\ -1\ 4\ 2] \quad \text{dengan} \quad -3 \le n \le 3$$

dan

$$h[n] = [2\ 3\ 0\ -5\ 2\ 1] \quad \text{dengan} \quad -1 \le n \le 4$$

maka tentukanlah konvolusi kedua isyarat yaitu $y[n] = x[n] * h[n]$

Jawaban

y[n] =

[6, 31, 47, 6, **-<u>51</u>,**-5, 41, 18, -22, -3, 8, 2,]

Matlab

Namun Matlab menganggap bahwa semua isyarat dimulai pada saat n = 0, dan pada kenyataannya tidak selalu demikian.

Untuk mengetahui pewaktuannya maka dapat digunakanrumus untuk mencari nilai n terendah dan tertinggi pada y[n] seperti telah dijelaskan di atas.

Dapat dibuat fungsi untuk melakukan operasi konvolusi sekaligus mengetahui pewaktuannya.

Matlab

```
function[y ny] = conv_m(x,nx,h,nh)
% Fungsi untuk memodifikasi rutin konvolusi conv
% [y ny] = hasil konvolusi
% [x nx] = sinyal pertama
% [h nh] = sinyal kedua
nyb = nx(1) + nh(1)                      % n terendah dari y[n]
nye = nx(length(x)) + nh(length(h))      % n tertinggi dari y[n]
ny = [nyb:nye]                           % jaungkauan n dari y[n]
y = conv(x,h)                            % mencari y[n]= x[n]*h[n]
```

Matlab

```
% Konvolusi menggunakan fungsi yang telah dimodifikasi
% x[n] = [3 11 7 0 -1 4 2]
% h[n] = [2 3 0 -5 2 1]

clear all;                   % membersihkan semua variabel
clc;                         % membersihkan editor
x = [3 11 7 0 -1 4 2];       % isyarat x[n]
nx = [-3:3];                 % jangkauan x[n]
h = [2 3 0 -5 2 1];          % isyarat h[n]
nh = [-1:4];                 % jangkauan h[n]
[y,ny] = conv_m(x,nx,h,nh)   % konvolusi y[n]=x[n]*h[n]
stem(ny, y)                  % menggambar y[n]
```